

Grundlegende Rechengesetze

Potenzrechnung

Eine Zahldarstellung als Potenz besteht immer aus Basis a und Exponenten b , also ist $a^b = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{b \text{ Faktoren}}$. (Diese Definition für $b \in \mathbb{N}$ lässt sich verallgemeinern für beliebige $b \in \mathbb{R}$).

Für beliebige Basen a gilt: $a^0 = 1$, dies ist insbesondere auch der Fall für $a = 0$, also ist $0^0 = 1$.

- **Multiplikation:** Potenzen gleicher Basis werden multipliziert, indem die Exponenten addiert werden. *Beispiel:* $3^2 \cdot 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$
- **Division:** Potenzen gleicher Basis werden dividiert, indem die Exponenten voneinander subtrahiert werden. *Beispiel:* $\frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2} = 3^3$
- **Kehrwert:** Aus der Regel für die Division leitet sich ab, dass der Kehrwert einer Zahl a mit Hilfe einer Potenz durch $\frac{1}{a} = a^{-1}$ dargestellt werden kann.
- **Potenzieren:** Potenzen werden potenziert, indem ihre Exponenten multipliziert werden. *Beispiel:* $(3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20}$. Daraus ergibt sich auch $(a^b)^c = (a^c)^b$.

Übungen:

- Begründe, dass die Definition $a^0 = 1$ sinnvoll ist (zumindest für $a \neq 0$).
- Formuliere die Regeln für Multiplikation, Division, Kehrwert und Potenzieren in allgemeiner Form und beweise diese (mit $a \in \mathbb{R}$ und $b \in \mathbb{N}$).