

# Grundlegende Rechengesetze

## Logarithmen

Der Logarithmus einer Zahl (zu einer gegebenen Basis) ist diejenige Zahl, mit der man die Basis potenzieren muss, um die ursprüngliche Zahl zu erhalten. *Beispiel:* Der Logarithmus zur Basis 5 von 125 ist 3, also ist  $\log_5(125) = 3$ , denn es ist  $5^3 = 125$ . Es folgt also  $\log_5(5^3) = 3$ . Man kann das Logarithmieren also als Umkehrung des Potenzierens auffassen.

Der Logarithmus zur Basis 10 ist der dekadische Logarithmus, kurz lg statt  $\log_{10}$ . Der Logarithmus zur Basis e ist der natürliche Logarithmus (logarithmus naturalis) kurz ln statt  $\log_e$ . Bei allen anderen Logarithmen *muss* die Basis angegeben werden!

- **Definitionsbereich:** Logarithmen sind nur für positive Zahlen definiert.
- **Produkte:** Der Logarithmus eines Produkts kann in eine Summe zerlegt werden. *Beispiel:*  $\ln(3 \cdot 5) = \ln(3) + \ln(5)$
- **Quotienten:** Der Logarithmus eines Quotienten kann in eine Differenz zerlegt werden. *Beispiel:*  $\ln\left(\frac{2}{7}\right) = \ln(2) - \ln(7)$
- **Potenzen:** Der Logarithmus einer Potenz (mit anderer Basis) kann in ein Produkt zerlegt werden. *Beispiel:*  $\ln(4^3) = 3 \cdot \ln(4)$
- **Anwendung zum Lösen von Gleichungen:** Eine Gleichung der Form  $a^x = b$  kann durch Logarithmieren nach x aufgelöst werden: *Beispiel:*

$$\begin{aligned} 4^x &= 128 & | \log_4 \\ \log_4(4^x) &= \log_4(128) \\ x &= 3,5 \end{aligned}$$

## Übungen:

- Begründe, dass es von negativen Zahlen keinen Logarithmus geben kann.
- Formuliere die Regeln für Produkte, Quotienten und Potenzen in allgemeiner Form und leite diese aus den Regeln der Potenzrechnung her.